

- Sean las siguientes funciones: $y_1 = \text{Asen}(ax + b)$; $y_2 = \text{Asen}(ax - b)$, calcular $y = y_1 + y_2$.
 - Sean las siguientes funciones: $y_1 = \text{Acos}(ax + b)$; $y_2 = \text{Acos}(ax - b)$, calcular $y = y_1 + y_2$.
- Sean los vectores $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ y $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$. Calcular:
 - $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$.
 - $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.
 - $2\vec{a} - \vec{c} + 3\vec{b}$.**Sol:** a) $\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$; b) $-2\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$; c) $7\hat{i} + \hat{j} + 6\hat{k}$
- Sean los vectores $\vec{a} = -\hat{i} + \hat{j}$, $\vec{b} = 3\hat{j} + 2\hat{k}$ y $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$. Calcular:
 - $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
 - $\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{a}$.
 - $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{a})$.**Sol:** a) 3; b) -6; c) -27
- Sean los vectores $\vec{a} = 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ y $\vec{c} = 2\hat{i}$. Calcular:
 - $\vec{a} \times \vec{b}$.
 - $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{b}$.
 - $(\vec{a} \times 2\vec{c}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$.**Sol:** a) $-2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$; b) 4; c) -32
- Dados los vectores $\vec{a} = \hat{k}$ y $\vec{b} = \hat{i}$ y $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j}$. Calcular:
 - El ángulo entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.
 - El ángulo entre los vectores $\vec{b}$ y $\vec{c}$.
 - El ángulo entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{c}$.**Sol:** a) 90° ; b) 45° ; c) 90°
- Si el producto vectorial de dos vectores es $\vec{a} \times \vec{b} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ y sus módulos son 4 y $\sqrt{7}$, calcular su producto escalar.
Sol: $3\sqrt{7}$
- Los puntos A = (1, 1, 1), B = (3, 1, 1), C = (0, 4, 0) y D = (1, 0, 5) de limitan un tetraedro. Calcular:
 - La longitud del lado AB.
 - El área del triángulo ABC.
 - El volumen del tetraedro.**Sol:** a) 2; b) $\sqrt{10}$; c) $11/3$
- Sea el vector $\vec{v} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$. Determina su módulo y el ángulo que forma con los ejes de coordenadas.
Sol: a) $\sqrt{14}$; b) $\alpha = 57,69^\circ$; $\beta = 143,30^\circ$; $\gamma = 74,50^\circ$
- Sea un vector contenido en el plano XY, de módulo 3, y que forma un ángulo de 30° con el

eje Y. Determina las componentes cartesianas del vector.

Sol: $(3\sqrt{3}/2, 3/2, 0)$

- Sean los vectores $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$, $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ y $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j}$.
 - ¿Son los tres vectores linealmente independientes entre sí? Justifícalo.
 - Si no lo son, escribir el vector $\vec{c}$ en función de los otros dos. Justifícalo.
 - Si lo son, calcular $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ e interpretar el resultado.**Sol:** a) No; b) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
- Sean los vectores $\vec{a} = \hat{i}$, $\vec{b} = \hat{j}$ y $\vec{c} = \hat{j} + \hat{k}$.
 - Probar que son independientes entre sí.
 - Escribir el vector $\vec{d} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ como combinación de ellos. Justifícalo.**Sol:** a) $\text{Det} \neq 0$; b) $2\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$
- Sean los vectores $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ y $\vec{b} = 4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$.
 - ¿Cuánto vale la longitud de la proyección de ambos vectores sobre el plano XY?
 - ¿Y sobre el plano YZ?
 - ¿Cuánto vale la longitud de la proyección del vector $\vec{b}$ sobre la dirección definida por el vector $\vec{a}$?**Sol:** a) $\sqrt{13}$ y $\sqrt{17}$; b) $\sqrt{5}$ y $\sqrt{2}$; c) $13/\sqrt{14}$
- Sea los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ que tienen como origen el origen de coordenadas y como extremos el punto A = (4, 7) y el punto B = (8, 2) respectivamente. Y sea la recta r que pasa por el origen de coordenadas y por el punto C = (8, 8).
 - Hallar la proyección de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sobre la recta r .
 - Calcular el ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$ con los ejes de coordenadas.
 - Calcular el ángulo que forma la recta r con los ejes de coordenadas.
 - Hallar el vector $\overrightarrow{CB}$ y su proyección sobre la recta r .
 - Una vez calculado el vector $\overrightarrow{CB}$, hallar y dibujar sus componentes paralela y normal a la recta r .**Sol:** a) $11/\sqrt{2}$; $5\sqrt{2}$; b) $\alpha_{ax} = 60,25^\circ$; $\alpha_{ay} = 29,75^\circ$; $\alpha_{bx} = 14,04^\circ$; $\alpha_{by} = 75,96^\circ$; c) 45° ; d) $\overrightarrow{CB} = -6\hat{j}$; $6/\sqrt{2}$; e) $\overrightarrow{CB}_{\parallel} = -3\hat{i} - 3\hat{j}$; $\overrightarrow{CB}_{\perp} = 3\hat{i} - 3\hat{j}$
- Sean los vectores $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ y $\vec{b} = \hat{j}$. Construir un vector $\vec{c}$, que pertenezca al plano engendrado por $\vec{a}$ y $\vec{b}$, y que sea perpendicular a $\vec{a}$ y tenga módulo 2.
Sol: $\pm\sqrt{2}\hat{i} \mp \sqrt{2}\hat{j}$
- Dado el vector $\vec{r}(t) = (t - t^2)\hat{i} + 2t^3\hat{j} - 3\hat{k}$, hallar:

- a) La derivada de la función:

$$\frac{d\vec{r}}{dt}$$

- b) La integral:

$$\int \vec{r}(t) dt$$

- d) La integral:

$$\int_1^2 \vec{r}(t) dt$$

Sol:

a) $(1 - 2t)\hat{i} + 6t^2\hat{j}$

b)

$$\left(\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3} + k_x\right)\hat{i} + \left(\frac{t^4}{2} + k_y\right)\hat{j} - (3t + k_z)\hat{k}$$

c)

$$-\frac{5}{6}\hat{i} + \frac{15}{2}\hat{j} - 3\hat{k}$$

16. Una barra de longitud L tiene una densidad variable. Si la densidad lineal de cada punto de la barra es $\rho = al$ kg/m, siendo l la distancia al punto a uno de los extremos de la barra y a una constante, calcula la masa total de la barra.

Sol: $M = aL^2/2$ kg

17. Un globo esférico de radio r (m) es hinchado con aire a una velocidad a m³/s, calcular la velocidad con la que aumenta el radio del globo.

Sol:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a}{4\pi r^2} \text{ m/s}$$

18. Una circunferencia aumenta su radio a una velocidad a m/s. Calcular la velocidad con la que aumenta su longitud.

Sol:

$$\frac{dl}{dt} = 2\pi a \text{ m/s}$$

19. Teniendo en cuenta que fuerza = masa · aceleración, calcula la ecuación de dimensiones de la fuerza.

Sol: $[F] = MLT^{-2}$

20. Calcula la ecuación de dimensiones del trabajo mecánico.

Sol: $[W] = ML^2T^{-2}$

21. Calcula la ecuación de dimensiones de la presión.

Sol: $[p] = ML^{-1}T^{-2}$

22. La expresión que permite calcular la presión p que ejerce un fluido en un punto a una profundidad h es $p = \rho gh$. ¿Qué dimensiones tiene ρ ?

Sol: ML^{-3}

23. Aplicando el análisis dimensional, calcula los exponentes a , b y c de la expresión:

$$p = \frac{1}{2}\rho^a v^b g^c$$

siendo p la presión, ρ la densidad, v la velocidad y g la aceleración de la gravedad.

Sol: $p = 0,5\rho v^2$

24. Al estudiar experimentalmente las magnitudes de que depende el período de oscilación de un péndulo simple parece deducirse que pueden influir sobre él la longitud del hilo, la masa de la bolita oscilante y el valor de la aceleración de la gravedad en el lugar de la experiencia. ¿Es acertada esa suposición? ¿Cuál sería la fórmula del período de un péndulo?

Sol: $T = k\sqrt{L/g}$